

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ТГПУ)



Ректор ТГПУ

«УТВЕРЖДАЮ»

*[Signature]* В. В. Обухов

«30» сентября 2017 г.

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ  
ПО МАТЕМАТИКЕ

## Пояснительная записка

Программа вступительных испытаний по математике составлена в соответствии с ФГОС среднего общего образования, предназначена для абитуриентов, имеющих право проходить вступительные испытания по тестам ТГПУ.

Программа включает в себя обязательный минимум знаний в области математики, соответствующий существующим требованиям к поступающим в вузы. Знания поступающих должны соответствовать требованиям Министерства образования и науки Российской Федерации к выпускникам средней школы.

### Критерии оценивания экзаменационной работы

Вступительные испытания по математике для поступающих в Томский государственный педагогический университет проводятся в письменной форме. Абитуриенту предлагается выполнить тестовые задания, которые проверяют уровень сформированности у абитуриента общематематических навыков, базовых вычислительных и логических умений и навыков, умений анализировать информацию, ориентироваться в простейших геометрических конструкциях.

Максимальная сумма баллов за экзаменационную работу — 100 баллов. Работа состоит из 20 заданий, каждое из которых может быть оценено 0 до 5 баллов.

Решение задачи считается безупречным, если верно выполнены нужные вычисления и преобразования, получен верный ответ.

Ошибка свидетельствует, что абитуриент не владеет знаниями и умениями, указанными в государственном стандарте.

Минимальное количество баллов по результатам вступительных испытаний, проводимых вузом самостоятельно, подтверждающее успешное прохождение вступительных испытаний по математике – 30 баллов.

## СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ

### Алгебра

Корни и степени, свойства корней и степеней. Преобразование степенных выражений. Линейный двучлен и его свойства. Линейные уравнения и неравенства. Квадратный трехчлен и его свойства. Квадратные уравнения и неравенства, их решения. Степенные уравнения и неравенства, их решения. Иррациональные выражения и их преобразование. Иррациональные уравнения и неравенства, их решения. Показательные уравнения и неравенства.

Логарифм. Логарифм числа, основное логарифмическое тождество. Свойства логарифмов, переход к новому основанию. Десятичный и натуральный логарифм, число  $e$ . Логарифмические выражения и их преобразование. Логарифмические уравнения и неравенства.

Основы тригонометрии. Синус, косинус, тангенс (котангенс) угла. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов. Синус и косинус двойного угла. Формулы половинного угла. Универсальная тригонометрическая подстановка. Тригонометрические выражения и их преобразование. Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства. Арксинус, арккосинус, арктангенс числа.

Системы уравнений и неравенств, методы их решения. Геометрическая интерпретация уравнений неравенств и их систем. Метод интервалов. Применение уравнений и систем для решения практических задач.

Проценты и задачи на проценты. Текстовые задачи на работу, движение, смеси и сплавы.

## **Функции (Начала анализа)**

Определение функции и основные понятия математического анализа. Графики функций. Свойства функций: непрерывность, четность-нечетность, периодичность, монотонность, экстремум, наибольшее и наименьшее значения.

Простейшие элементарные функции: постоянная функция, линейная функция, обратно пропорциональная зависимость, квадратичная функция, степенная функция, показательная функция, логарифмическая функция, тригонометрические и обратные тригонометрические функции; их свойства, графики.

## **Геометрия**

Планиметрия и её постулаты.

Простейшие геометрические фигуры и их классификация. Углы и их измерение, классификация углов. Сравнение отрезков и углов. Задачи.

Треугольники и замечательные линии в треугольнике. Классификация треугольников. Равенство и подобие треугольников. Соотношения между сторонами и углами треугольников. Прямоугольные треугольники, равнобедренные и равносторонние треугольники. Теоремы синусов и косинусов. Окружности и треугольники. Площади треугольников. Решение треугольников. Задачи.

Четырехугольники и их классификация. Трапеция, параллелограмм, прямоугольник, ромб и квадрат. Окружность и четырехугольники. Площади четырехугольников. Задачи.

Окружность и круг. Длина окружности и дуги. Площадь круга и сектора. Задачи.

Стереометрия и её постулаты.

Скрещивающиеся прямые. Прямые и плоскости. Двугранные и трехгранные углы. Геометрические тела и их классификация. Сечения геометрических тел плоскостью. Задачи.

Призма, параллелограмм, параллелепипед, пирамида (усеченная пирамида) и их свойства. Цилиндр и конус, их свойства. Сфера и шар, их свойства. Площади поверхности и объёмы этих тел. Задачи.

## **Примечание**

Такие разделы математики как: интеграл, векторы, во вступительные испытания по математике в ТГПУ не входят, поскольку все эти разделы изучаются в курсе высшей математики.

## **Список литературы для подготовки к вступительным испытаниям по математике:**

1. Тематический сборник заданий для подготовки к ЕГЭ по математике: 10 – 11 класс / Е.А.Семенко, С.Л. Крупецкий, Г.Н. Ларкин; под ред. Е.А. Семенко. – М.: вентана-Граф, 2012. – 152 с.: с ил.
2. ЕГЭ. Математика: типовые экзаменационные варианты: 36 вариантов / под ред. И.В. Яценко. – М.: Изд-во «Национальное образование», 2018. – 272 с. – (ЕГЭ. ФИПИ - школе).
3. ЕГЭ. Математика. Типовые тестовые задания. / И. В. Яценко. – М., 2017. – 56 с.
4. Математика. Типовые тестовые задания. Базовый уровень / И. В. Яценко. – М., 2017. – 56 с.
5. Математика. Экзаменационные тесты. Практикум по выполнению типовых тестовых заданий. / Л. Д. Лаппо, М.А. Попов. – М., 2017. – 56 с.
6. Электронный ресурс: <http://www.fipi.ru/content/otkrytyy-bank-zadaniy-egе>
7. Электронный ресурс: <http://егэ-легко.рф/>
8. Электронный ресурс: <http://www.otbet.ru/egе/matematika/effektivnaya-podgotovka/>

Программа вступительных испытаний по Математике составлена в соответствии с ФГОС среднего общего образования.

Программу составили:

канд. пед. наук, доцент каф. математического анализа  Л.А. Жидова

Программа утверждена на заседании кафедры математического анализа

Протокол № «1» от «30» 08 2014 г.

Зав. кафедрой математического анализа

 П.М. Лавров

Программа одобрена методической комиссией ФМФ

Протокол № «1» от «30» 08 2014 г.

Председатель методической комиссии ФМФ ТГПУ  З.А. Скрипко

СОГЛАСОВАНО:

Проректор по УР

 М.И. Войтеховская

Директор ДННСР

 А.Ю. Михайличенко

Декан ФМФ

 Е.Г. Пьяных

Отв. секретарь ПК

 Т.И. Печенкина

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
 ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
 УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
 «ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
 (ТПГУ)  
 2014 г.

Дисциплина **МАТЕМАТИКА**

Экзаменационный билет №0

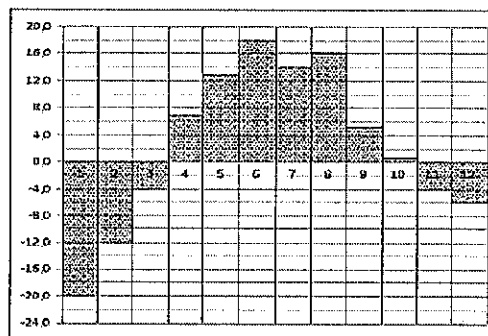
Тестовый балл выставляется по 100-бальной шкале

Отвечая на задания 1-13 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в таблицу ответов (см. на обороте). Единицы измерения писать не нужно.

- В квартире, где проживает Ксения, установлен прибор учета расхода холодной воды (счетчик). 1 июня счетчик показывал 178 куб. м воды, а 1 июля показывал 189 куб. м. Сколько рублей должна заплатить Ксения за холодную воду за июнь, если цена одного куб. м холодной воды составляет 19 рублей 60 копеек?
- Цена на электрический чайник была повышена на 30% и составила 1300 рублей. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?
- Больному прописан курс лекарства, которое нужно пить по 0,5 г три раза в день в течение трех недель. В одной упаковке содержится 10 таблеток по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс?
- В трех салонах сотовой связи один и тот же телефон продается в кредит на разных условиях. Условия даны в таблице. Определите в каком из салонов покупка в кредит обойдется дешевле всего (с учетом переплаты), в ответ напишите эту сумму в рублях.

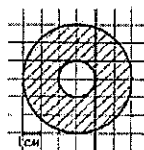
Салон	Цена телефона (руб.)	Первоначальный взнос в процентах от цены	Срок кредита (мес.)	Сумма ежемесячного платежа (руб.)
Экспресс	21600	20	6	3600
Дельта	23300	15	12	1849
Омега	24000	20	12	1759

- На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали – температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячными температурами в 1973 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



- Вычислите  $4^{-3} \cdot 64^{\frac{3}{2}}$ .
- Найдите корень уравнения  $5^{x+1} = 25$ .

- Найдите площадь  $S$  заштрихованной фигуры, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{см} \times 1\text{см}$  (см. рис.). В ответе укажите  $S/\pi$ .



- Объем первого конуса  $8\text{ м}^3$ . У второго конуса высота в два раза меньше, а радиус основания в три раза больше, чем у первого. Найдите объем второго конуса. Ответ дайте в кубических метрах.

- Решите неравенство  $\frac{x+2}{3x(x-6)} \geq 0$ . Укажите номер правильного ответа:

- $[-2; 0) \cup (6; +\infty)$ .
- $(-\infty; -2] \cup (0; 6)$ .
- $(-2; 0) \cup (6; +\infty)$ .
- $(-\infty; -2] \cup (6; +\infty)$ .

- Семья состоит из мужа, жены и их дочери-студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%. Если бы стипендия дочери уменьшилась вдвое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

- Найдите значение выражения  $(\log_2^2 4 + 1 - \log_3 16)^{\log_2 3} + \log_3 (36\sqrt{3})$ .

- Найдите минимум функции  $y = -\frac{x^2 + 25}{x}$ .

Для записи решений и ответов на задания 14-15 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выделенного задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- а) Решите уравнение  $3\lg^2 x - \frac{5}{\cos x} + 5 = 0$ ;

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}]$ .

- Даны  $n$  различных натуральных чисел, составляющих арифметическую прогрессию,  $n \geq 3$ .

- Может ли сумма всех чисел быть равной 18?
- Каково наибольшее значение  $n$ , если сумма меньше 800?
- Найти все возможные значения  $n$ , если сумма равна 111.

Таблица ответов

1	2	3	4	5	6	7	8

9	10	11	12	13	14	15

ИТОГО: \_\_\_\_\_

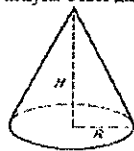
Тестовый балл выставляется по 100-балльной шкале

Отметки на задания 1-13 должны быть целым числом или конечной десятичной дробью. Ответ следует записать в таблицу ответов (см. на обороте). Единицы измерения писать не нужно.

- Рост Джамли 4 фута 5 дюймов. Выразите рост Джамли в сантиметрах, если в 1 футе 12 дюймов, а в 1 дюйме 2,54 см. Результат округлите до целого числа.
- Установка двух счетчиков воды (холодной и горячей) стоит 3700 руб. До установки счетчиков Александр платил за водоснабжение ежемесячно 1600 руб. После установки счетчиков оказалось, что в среднем за месяц он расходует воды на 1100 руб. За сколько месяцев окупится установка счетчиков?
- При оплате услуг через платежный терминал взимается комиссия 8%. Терминал принимает суммы, кратные 10 рублям. Какую минимальную сумму должна положить Аня в приемное устройство данного терминала, если она хочет положить на счет мобильного телефона не меньше 700 рублей.
- Рейтинговое агентство определяет рейтинг соотношения «цена – качество» электрических фенов для волос на основе средней цены  $P$  и оценок функциональности  $F$ , качества  $Q$  и дизайна  $D$ . Каждый показатель оценивается экспертами по 5-балльной шкале целыми числами. Итоговый рейтинг  $R$  вычисляется по формуле  $R = 3(F + Q) + D - 0,01P$ . В таблице даны оценки каждого показателя для нескольких моделей фенов. Определите, какая модель имеет наименьший рейтинг. В ответе запишите значение этого рейтинга.



- Объем первого конуса  $8 \text{ м}^3$ . У второго конуса высота в два раза меньше, а радиус основания в три раза больше, чем у первого. Найдите объем второго конуса. Ответ дайте в кубических метрах.



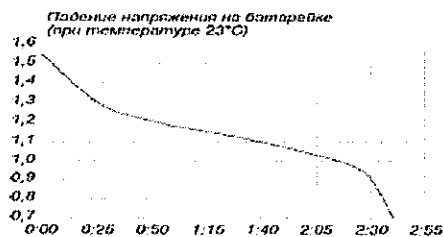
- Решите неравенство  $\frac{(x-4)(x+2)}{3x} \geq 0$ . Укажите номер правильного ответа.
- Найдите значение выражения  $(\log_2 5 - \log_2 25 + 1)^{25} - \log_2 (15\sqrt{3})$ .
- Найти точку минимума функции  $y = -\frac{x^2 + 4}{x}$ .

Для записи решений и ответов на задания 14-15 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- Максим хочет взять в кредит 1,6 млн рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть последней) после начисления процентов. Процентная ставка 11%

Модель фена	Средняя цена (руб.)	Функциональность	Качество	Дизайн
A	1950	3	3	2
B	2100	4	3	3
B	1920	3	3	4
Г	2150	3	2	4

- На графике показано изменение напряжения на батарейке (в вольтах) в зависимости от времени её использования в фонарике. На оси абсцисс откладываются часы и минуты, на оси ординат – напряжение в вольтах. Известно, что фонарик работает только при напряжении, большем 0,9 В. Сколько минут проработает фонарик на этой батарейке?



- Найдите значение выражения  $\frac{0,8 \cdot 10^{-1}}{4 \cdot 10^{-2}}$  или  $\frac{\sqrt{288}}{3\sqrt{8}}$ .
- Найдите корень уравнения  $\log_2(8-x) = 2$  или  $6^{16-x} = \frac{1}{36}$ .
- Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге, если размер клетки 1 x 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

годовых. На какое минимальное количество лет может взять кредит Максим, чтобы ежегодные выплаты были не более 550 тысяч рублей.

- а) Решите уравнение  $\cos 2x = 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ ;  
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$ .
- Даны  $n$  различных натуральных чисел, составляющих арифметическую прогрессию,  $n \geq 3$ .  
 а) Может ли сумма всех чисел быть равной 18?  
 б) Каково наибольшее значение  $n$ , если сумма меньше 800?  
 в) Найдите все возможные значения  $n$ , если сумма равна 111.

Таблица ответов

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12

ИТОГО: \_\_\_\_\_

Тестовый балл выставляется по 100-балльной шкале

Ответом на задания 1-20 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в таблицу: ответов (см. на обороте). Единицы измерений писать не нужно.

- Найдите значение выражения  $\frac{2,1}{6,4 - 3,6}$ .
- Найдите значение выражения  $\frac{8^{-14} \cdot 32^7}{4^{-1}}$ .
- Найдите значение выражения  $\sqrt{435^2 - 300^2}$ .
- Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. После удержания налога на доходы Мария Константиновна получила 10005 рублей. Сколько рублей составляет заработная плата Марии Константиновны?
- Для покраски 1 кв. м потолка требуется 120 г. краски. Краска продается в банках по 2,5 кг. Какое наименьшее количество банок краски нужно купить для покраски потолка площадью 38 кв. м?
- Интернет-провайдер предлагает три тарифных плана:
 

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за трафик
План «Ф»	нет	0,9 руб. за 1 Мб
План «500»	542 руб. за 500 Мб трафика в месяц	0,8 руб. за 1 Мб сверх 500 Мб
План «800»	738 рублей за 800 Мб трафика в месяц	0,2 руб. за 1 Мб сверх 800 Мб

 Пользователь предполагает, что его трафик составит 650 Мб в месяц, и исходя из этого выбирает наиболее дешёвый тарифный план. Сколько рублей

Тестовый балл выставляется по 100-балльной шкале

Ответом на задания 1-20 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в таблицу: ответов (см. на обороте). Единицы измерений писать не нужно.

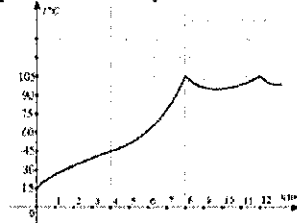
- Найдите значение выражения  $\frac{2,1}{6,4 - 3,6}$ .
- Найдите значение выражения  $\frac{8^{-14} \cdot 32^7}{4^{-1}}$ .
- Найдите значение выражения  $\sqrt{435^2 - 300^2}$ .
- Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. После удержания налога на доходы Мария Константиновна получила 10005 рублей. Сколько рублей составляет заработная плата Марии Константиновны?
- Для покраски 1 кв. м потолка требуется 120 г. краски. Краска продается в банках по 2,5 кг. Какое наименьшее количество банок краски нужно купить для покраски потолка площадью 38 кв. м?
- Интернет-провайдер предлагает три тарифных плана:
 

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за трафик
План «Ф»	нет	0,9 руб. за 1 Мб
План «500»	542 руб. за 500 Мб трафика в месяц	0,8 руб. за 1 Мб сверх 500 Мб
План «800»	738 рублей за 800 Мб трафика в месяц	0,2 руб. за 1 Мб сверх 800 Мб

 Пользователь предполагает, что его трафик составит 650 Мб в месяц, и исходя из этого выбирает наиболее дешёвый тарифный план. Сколько рублей

должен будет заплатить пользователь за месяц, если его трафик действительно будет равен 650 Мб?

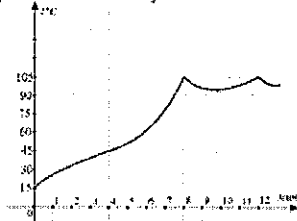
- На графике показан процесс разогрева двигателя легкового автомобиля при температуре окружающего воздуха 15. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от запуска двигателя, на оси ординат – температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, сколько минут двигатель нагревался с момента запуска до 45?



- Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных изданий на основе трех показателей информативности ( $I_n$ ), оперативности ( $O_p$ ) и объективности ( $O_b$ ) публикаций. Каждый отдельный показатель – целое число от 1 до 6. Составители рейтинга считают, что информативность публикаций пенится вдвое, а объективность – вчетверо дороже, чем оперативность. Таким образом, формула приняла вид  $R = \frac{2I_n + O_p + 4I_o}{A}$ . Найдите, какому должно быть  $A$ , чтобы издание, у которого все показатели максимальны, получила бы рейтинг 1.
- Найдите корень уравнения  $5^{2x-6} = \frac{1}{25}$ .
- Найдите корень уравнения  $\log_3(-10x-14) = 4$ .
- Найдите значение выражения  $7^{2+2+2}$ .
- Найдите значение выражения  $24\sqrt{2} \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ .

должен будет заплатить пользователь за месяц, если его трафик действительно будет равен 650 Мб?

- На графике показан процесс разогрева двигателя легкового автомобиля при температуре окружающего воздуха 15. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от запуска двигателя, на оси ординат – температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, сколько минут двигатель нагревался с момента запуска до 45?



- Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных изданий на основе трех показателей информативности ( $I_n$ ), оперативности ( $O_p$ ) и объективности ( $O_b$ ) публикаций. Каждый отдельный показатель – целое число от 1 до 6. Составители рейтинга считают, что информативность публикаций пенится вдвое, а объективность – вчетверо дороже, чем оперативность. Таким образом, формула приняла вид  $R = \frac{2I_n + O_p + 4I_o}{A}$ . Найдите, какому должно быть  $A$ , чтобы издание, у которого все показатели максимальны, получила бы рейтинг 1.
- Найдите корень уравнения  $5^{2x-6} = \frac{1}{25}$ .
- Найдите корень уравнения  $\log_3(-10x-14) = 4$ .
- Найдите значение выражения  $7^{2+2+2}$ .
- Найдите значение выражения  $24\sqrt{2} \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ .